نشریه علوم دامی
(پژوهش و سازندگی)

شماره ۱۲۲، بهار ۱۳۹۸
ص‌ص: ۳۲۷~۳۳۸

مقایسه مدل های آماری غیرخطی توصیف کننده منحنی رشد در بزغاله های نژاد مهابادی

- **عبداله رضاقلی وند لاهرود**
گروه علوم دامی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران
- **محمد مردای شهر بابک** (نویسنده مسئول)
گروه علوم دامی پردیس کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران
- **عباس پاکدل**
گروه علوم دامی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه صنعتی اصفهان

تاریخ دریافت : اسفند ۱۳۹۶ تاریخ پذیرش : تیر ۱۳۹۷

شماره تماس نویسنده مسئول: ۰۹۱۲۱۶۱۲۶۴۲
Email: moradim@ut.ac.ir

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22092/asj.2018.121101.1659

چکیده

هدف از این مطالعه مقایسه نیکویی برازش چهار مدل آماری غیرخطی شامل برودی، گمپرتز، ون برتالانفی و لجستیک برای صفات رشد بزغاله‌های نژاد مهابادی بود. به منظور تجزیه و تحلیل منحنی رشد از مجموع ۱۲۶ بزغاله، ۲۰۳۶ رکورد هفتگی وزن بدن از زمان تولد تا سن۱۰۵روزگی استفاده شد. به منظور مقایسه نیکویی برازش مدل‌ها، آماره هایی از قبیل ضریب تبیین (R^2)، جذر میانگین مربعات و معیار اطلاع آکایک محاسبه شد. نیکویی برازش بین چهار مدل مورد مطالعه متفاوت بود که به لحاظ خصوصیات کلی مدل برودی به علت ضریب تبیین بالا، جذر میانگین مربعات باقیمانده و معیار اطلاع آکایک پایین به عنوان بهترین مدل برای برازش منحنی رشد نژاد مهابادی معرفی شد. متوسط وزن تولد، وزن شیرگیری (۱۰۵ روزگی) و متوسط افزایش وزن روزانه پیش از شیرگیری در بزغاله‌های نژاد مهابادی به ترتیب ۳/۲۵، ۱۳/۵ و ۰/۰۹۲ کیلوگرم در روز بود. نتایج حاصل از این مطالعه می تواند به برنامه ریزی در زمینه ی استراتژی های مدیریتی مزرعه و تصمیم‌گیری در مورد حذف بزغاله های ضعیف (کم رشد) و انتخاب بزغاله های پرتولید (رشد زیاد) از طریق منحنی رشد کمک کند.

واژه‌های کلیدی: افزایش وزن روزانه، بز مهابادی، توابع رشد، صفات رشد

Animal Science Journal (Pajouhesh & Sazandegi) No 122 pp: 327-338

Comparison of nonlinear growth models to describe the growth curve Mahabadi kids

By: A. Rezagholivand lahrod[1], M. Moradi Shahrbabak[*1], A.Pakdel[2]
1 .Department of Animal Science, College of Agriculture and Natural Resources, University of Tehran, Karaj.
2. Department of Animal Science, College of Agriculture, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

Received: March 2018 **Accepted: July 2018**

The objectives of this study were to identify a suitable mathematical method for describing the growth traits of Mahabadi goat. Thereafter, four non-linear growth function of Brody, Gompertz, Logistic and Von Bertalanffy were applied. Growth curve analyzed based on weekly records of live weight form birth to 105 days of Mahabadi goat breed. Growth models were fitted to a total of 2036 weight-age data belonging to 126 kids. The growth models were compared by using the coefficient of determination (R2), Root mean square error (MSE) and Akaike information criterion (AIC). Among all non-linear models, the Brody function had the smallest AIC and MSE values and the higher R2 value, indicating the best fit for Mahabadi breed growth data. Average of birth weight, weaning weight (105days old) and pre-weaning average daily gain (ADG) for Mahabadi goat were3.25kg, 13.5kg and 0.092kg, respectively. The results of this study can help farmer to management strategies and make decision in selection and culling of kids through the growth curve.

Key words: Daily gain, Mahabadi goat, Statistical function, Growth traits

مقدمه

در حال حاضر جمعیت بز کشور حدود ۲۰ میلیون رأس برآورد گردیده و به لحاظ جمعیت، ایران یکی از ۹ کشور بزرگ پرورش دهنده بز در دنیا محسوب می شود. تولیدات ارزشمند این نشخوارکنندگان کوچک برای کشور شامل تولید حدود ۸۸ هزار تن گوشت قرمز (حدود ۱۲ درصد از کل تولید گوشت قرمز)، ۳۰۴ هزار تن شیر (۴ درصد از کل شیرخام تولیدی کشور) و ۱۰ هزار تن الیاف دامی و حدود ۹ میلیون جلد پوست بوده است (رکنی و طاهری یگانه، ۱۳۹۶). در ایران تقریباً ۲۵ نژاد بز بومی وجود دارد که اکثراً نام هر منطقه برای نامگذاری نژاد به کار رفته است به عنوان مثال بز مهابادی یکی از نژادهای بومی دو منظوره (شیری-گوشتی) بوده و در مناطق روستایی استان آذربایجان غربی (مهاباد) پرورش داده می‌شود.

رشد یک پدیده بیولوژیکی است که در حیوانات اهلی به عنوان یک صفت مهم اقتصادی به شمار می‌رود و می‌تواند با استفاده از مدل‌های ریاضی تفسیر گردد. تعریف ابتدایی رشد افزایش در اندازه، تعداد و یا توده در طی زمان است. رشد بایستی از طریق نرخ رشد یا از طریق افزایش وزن یا اندازه بدن در طی مراحل مختلف زندگی ارزیابی شود چون رشد یک تابع پیوسته در طول مراحل زندگی حیوان (از مراحل اولیه جنینی تا بلوغ) است (Arango و Van Vleck، ۲۰۰۲). آنالیز منحنی‌های رشد

کار اساسی در تحقیقات بیولوژیکی است که بدین منظور برای آنالیز منحنی‌های رشد، داده برای یک حیوان یا گیاه در یک دوره خاص جمع آوری می شود (Spilke و همکاران، ۲۰۰۹). منحنی رشد، اغلب شکل سیگموئیدی داشته و به سه مرحله تقسیم می‌شود: مرحله قبل از افزایشی، مرحله افزایشی و مرحله سکون، در نخستین مرحله، منحنی رشد از نقطه خاصّی شروع شده و به تدریج افزایش می‌یابد و در دومّین مرحله، منحنی تا زمان رسیدن به نقطه عطف تا حدودی حالت خطّی دارد و در آخرین مرحله، منحنی مجانب می‌شود. شکل منحنی‌های رشد بر حسب گونه حیوان، محیط و تغذیه متغیر گزارش شده است (Topal و همکاران، ۲۰۰۴).

مدل‌های ریاضی مختلفی به منظور تعریف منحنی رشد مورد استفاده قرار گرفته است. پارامترهای منحنی رشد، اطلاعاتی درباره ویژگیهای رشد موجود زنده فراهم می‌نمایند. توابع‌های که به منظور برازش منحنی رشد حیوانات مورد استفاده قرار گرفته است دارای سه یا چهار پارامتر هستند. توابع ریاضی مختلفی شامل تابع برودی (Brody و Lardy، ۱۹۴۶)، ون برتالانفی (Von Bertalanffy، ۱۹۵۷)، ریچارد (Richards، ۱۹۵۹)، لجستیک (Nelder، ۱۹۶۱) و گمپرتز (Laird، ۱۹۶۵) توسط محققین مختلفی از جمله Hald (۱۹۵۲)، و Fitzhugh (۱۹۷۶)، Brown و همکاران (۱۹۷۶)، Bathaei و Leroy (۱۹۹۸)، Topal و همکاران (۲۰۰۴)، Waheed و همکاران (۲۰۱۱) در برازش منحنی رشد مورد استفاده قرار گرفته است. از منحنی رشد به منظور برآورد وزن بدن در زمان بلوغ و نرخ رشد در بز و گوسفند توسط محققین مختلفی استفاده شده است. همچنین منحنی رشد پیش‌بینی رشد حیوانات پیش از انتخاب، در هر سنّی فراهم می‌کند (Waheed و همکاران، ۲۰۱۱). منحنی‌های رشد به علت انعطاف پذیری بالا حتی قادر به توصیف رشد در اوایل دوره رشد هستند. توانایی تغییر شکل منحنی رشد بوسیله اصلاح نژاد ممکن است یک چشم انداز جالب برای تولیدکنندگان حیوانات اهلی باشد، برای نمونه می توان به افزایش رشد اولیه و در مقابل محدود نمودن اندازه بدن در هنگام بلوغ که باعث کاهش نیازهای نگهداری در حیوانات می‌شود، اشاره نمود. به منظور تشخیص میزان انعطاف‌پذیری ژنتیکی شکل منحنی رشد، باید پارامترهای ژنتیکی برای متغیرهای اساسی منحنی رشد محاسبه شود. اثر الگوی رشد روی سایر صفات اقتصادی مهم، از قبیل ترکیبات و کیفیت لاشه نیز حائز اهمیّت بوده و در گونه‌های مختلفی از قبیل جوجه گوشتی و گوسفند مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج مطالعات مختلف نشان می‌دهد که متغیرهای منحنی رشد در گونه‌های مختلف توارث پذیر بوده و تغییر شکل منحنی رشد را از طریق انتخاب امکان پذیر می‌سازد (Lambe و همکاران، ۲۰۰۶). با توجه به نیاز دائمی مصرف کنندگان به گوشت قرمز و محدود شدن منابع طبیعی در ایران، بهبود بهره وری با استفاده از استراتژی های اصلاحی مناسب لازم و ضروری است، بنابراین هدف از این مطالعه تشخیص بهترین مدل ریاضی برای شرح ارتباط بین وزن بدن و سن در نژاد مهابادی تحت سیستم متمرکز بود.

پارامترهای A، B و K را به ترتیب ۷۰/۲، ۴/۹۶ و ۰/۰۱۹ برای مدل لجستیک و همچنین ۲۳/۳۹، ۰/۹۱ و ۰/۰۰۶ برای مدل گمپرتز برآورد کردند. مقدار ضریب تبیین (R^2_{adj}) به دست آمده در این مطالعه به ترتیب برای مدل لجستیک و گمپرتز ۰/۹۵۷ و ۰/۹۵۶ بود. در تحقیقی بهترین مدل برای توصیف منحنی رشد بره‌های آواسی، مورکارمن و نژاد سافولک را مدل‌های گمپرتز و ون برتالانفی را گزارش کردند (Lewis و همکاران، ۲۰۰۲؛ Topal و همکاران، ۲۰۰۴). از منحنی رشد به منظور برآورد وزن بدن در زمان بلوغ و نرخ رشد در بز و گونه های دیگر توسط محققین مختلفی استفاده شده است. همچنین منحنی رشد پیش‌بینی رشد حیوانات پیش از انتخاب، در هر سنّی فراهم می‌کند (Waheed و همکاران، ۲۰۱۱). منحنی‌های رشد به علت انعطاف پذیری بالا حتی قادر به توصیف رشد در اوایل دوره رشد هستند. توانایی تغییر شکل منحنی رشد بوسیله اصلاح نژاد ممکن است یک چشم انداز جالب برای تولیدکنندگان حیوانات اهلی باشد، برای نمونه می توان به افزایش رشد اولیه و در مقابل محدود نمودن اندازه بدن در هنگام بلوغ که باعث کاهش نیازهای نگهداری در حیوانات می‌شود، اشاره نمود. به منظور تشخیص میزان انعطاف‌پذیری ژنتیکی شکل منحنی رشد، باید پارامترهای ژنتیکی برای متغیرهای اساسی منحنی رشد محاسبه شود. اثر الگوی رشد روی سایر صفات اقتصادی مهم، از قبیل ترکیبات و کیفیت لاشه نیز حائز اهمیّت بوده و در گونه‌های مختلفی از قبیل جوجه گوشتی و گوسفند مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج مطالعات مختلف نشان می‌دهد که متغیرهای منحنی رشد در گونه‌های مختلف توارث پذیر بوده و تغییر شکل منحنی رشد را از طریق انتخاب امکان پذیر می‌سازد (Lambe و همکاران، ۲۰۰۶). با توجه به نیاز دائمی مصرف کنندگان به گوشت قرمز و محدود شدن منابع طبیعی در ایران، بهبود بهره وری با استفاده از استراتژی های اصلاحی مناسب لازم و ضروری است، بنابراین هدف از این مطالعه تشخیص بهترین مدل ریاضی برای شرح ارتباط بین وزن بدن و سن در نژاد مهابادی تحت سیستم متمرکز بود.

مواد و روش ها

این تحقیق در ایستگاه تحقیقاتی گروه علوم دامی دانشگاه تهران واقع در کرج طی سال ۱۳۹۲-۱۳۹۱ انجام گردید. به منظور توصیف منحنی رشد و برآورد پارامترهای رشد از زمان تولد تا زمان از شیرگیری بزغاله‌های مهابادی از توابع برودی، گمپرتز، لجستیک و ون برتالانفی استفاده شد (جدول ۱). جهت تجزیه و تحلیل منحنی رشد از مجموع ۱۲۶ بزغاله، ۲۰۳۶ رکورد هفتگی وزن بدن از زمان تولد تا سن۱۰۵روزگی رکورد برداری صورت گرفت. حیوانات تحت شرایط یکسانی پرورش داده شدند. همه بزها با استفاده از سیدر، همزمان سازی فحلی شدند و تولیدمثل بزها از اواسط شهریور ماه شروع تا اواسط مهر ماه ادامه داشت. آمیزش بزها به صورت کنترل شده و به ازای ۲۵-۲۰ بز ماده، یک بز نر در نظر گرفته شد. زمان زایش از اواسط بهمن شروع و در اواسط اسفند ماه پایان یافت. بزها معمولاً سالی یکبار زایش داشتند. بلافاصله پس از خشک شدن بزغاله‌ها (طی ۲۴ ساعت اول)، عملیاتی از قبیل ضدعفونی بندناف با تنتورید، شماره زنی و تزریق ویتامین‌های E و AD3 به آنها صورت گرفت و اطلاعاتی از قبیل وزن تولد، جنس بزغاله‌ها، نوع تولد و سن مادر هنگام زایش ثبت شد. وزن‌کشی بزغاله‌ها از زمان زایش تا سن ۱۰۵ روزگی (سن شیرگیری) با ترازوی دیجیتال به صورت هفتگی انجام شد. به استثنای روز رکوردگیری بزغاله‌ها در کنار مادر بودند. متوسط وزن تولد بزغاله های نر و ماده به ترتیب ۳/۴ و ۳/۰۲ کیلوگرم بود. در طول مدت آزمایش، بزها نه ساعت در روز روی پس‌چر مزارع موجود در دانشکده چرا شده و هنگام شب در جایگاه استراحت می کردند و به آب نیز به صورت آزاد دسترسی داشتند. هنگام زمستان و کمبود علوفه در پس چر مزارع، بزها به صورت دستی تغذیه می شدند. همه حیوانات چند شکم زا، سالم و فاقد مشکلات باروری بودند. بزها در گله حدود ۸-۷ سال نگهداری شدند. متوسط وزن بلوغ بزهای نر و ماده به ترتیب ۱۰±۹۰ و ۱۰±۴۸/۶ کیلوگرم گزارش شده است (Rezagholivand Lahrud و همکاران، ۲۰۱۶). واکسیناسیون بزها علیه عفونت های کلستریدیومی دو ماه قبل از زایش انجام شده بود.

آنالیز آماری

به منظور تجزیه و تحلیل آماری داده ها و برای تصحیح اثراتی از قبیل نوع تولد، سن مادر هنگام زایش، جنس بزغاله و اثر تصادفی دام از رویه Mixed نرم افزار SAS استفاده شد و ساختار واریانس- کوواریانس بین داده‌ها اتورگرسیو در نظر گرفته شد. میانگین حداقل مربعات صفات مربوط به وزن بدن در طول دوره رکوردگیری برای تمامی بزغاله ها با استفاده ازروش توکی – کرامر[1] برآورد و در برازش منحنی‌های رشد از آنها استفاده گردید. پس از مرتب سازی داده‌ها با استفاده از نرم افزار Excel، داده ها با استفاده از نرم افزار SAS تجزیه و تحلیل شدند و تمام توابع مذکور با استفاده از رویه غیر خطی (Proc NLIN) و با استفاده از روش تکرار گاوس-نیوتن برازش شدند. آزمون t-استیودنت جهت مقایسه پارامترهای A، B و K برآورد شده بین توابع مورد مطالعه استفاده شد.

به منظور مطالعه منحنی رشد نژاد مهابادی از چهار مدل آماری غیرخطی شامل برودی، گمپرتز، ون برتالانفی و لجستیک استفاده شد که معادلات به کار برده شده برای مدل های رشد در جدول ۱ آورده شده اند. تفسیر بیولوژیکی پارامترها در این مدل‌ها عبارتند از Wt: وزن بدن در سن t، A: وزن بلوغ، در این مطالعه چون اطلاعات وزن بدن تا سن از شیرگیری در دسترس بود پس وزن نهایی همان وزن از شیرگیری در نظر گرفته شده است. B: وزن اولیه (وزن تولد)، K: شاخص بلوغ. بنابراین هر چقدر مقدار K بزرگتر باشد نشانه بلوغ زود رس است و برعکس وt: سن بر حسب روز

[1] - Tukey-Kramer

جدول ۱- توابع رشد مورد استفاده در این تحقیق

ردیف	تابع	مدل
۱	برودی	$w_t = A(1 - Be^{-kt})$
۲	گمپرتز	$w_t = Aexp(-Be^{-kt})$
۳	لجستیک	$w_t = A/(1 + Be^{-kt})$
۴	ون برتالانفی	$w_t = A(1 - Be^{-kt})^3$

انتخاب بهترین مدل [۲]

مدل ها از طریق ضریب تبیین، معیار اطلاع آکایک و جذر میانگین مجموع مربعات خطا مقایسه شدند و مدلی که بالاترین ضریب تبیین و پایین ترین معیار اطلاع آکایک و جذر میانگین مجموع مربعات خطا را داشتند به عنوان بهترین مدل معرفی شدند.

ضریب تبیین

R^2: ضریب تبیین چندگانه که برابر است با مجموع مربعات مدل تقسیم بر مجموع مربعات کل، در این مطالعه چون تعداد مشاهدات و تعداد پارامتر در مدل‌ها، یکسان بود به همین دلیل از ضریب تبیین تصحیح شده استفاده نشد.

R^2=(1-مجموع مربعات باقیمانده/مجموع مربعات کل)

مقدار ضریب تبیین همیشه بین ۰ تا ۱ است که هر مقدار ضریب تبیین به عدد یک نزدیک باشد دلالت بر برازش بهتر مدل است.

انحراف معیار باقیمانده یا جذر میانگین مجموعه مربعات خطا

انحراف معیار باقیمانده بوسیله فرمول $\mathrm{RSD} = \frac{\sqrt{\mathrm{RSS}}}{\sqrt{\mathrm{n-p}}}$ به دست می‌آید که RSS مجموعه مربعات باقیمانده و n و P به ترتیب تعداد مشاهدات و تعداد پارامتر است. ارزش انحراف معیار باقیمانده به عنوان یکی از مهم‌ترین معیارها برای مقایسه مناسب بودن مدل های رشد مورد استفاده است، بنابراین بهترین مدل، کمترین مقدار RSD را خواهد داشت.

معیار اطلاع آکایک (AIC)

ویژگی اصلی این روش این است که تعریف بزرگترین مدل برای محاسبه این معیار ضروری نمی باشد. هر مدل بدون در نظر گرفتن مدل‌های دیگر، دارای AIC خاص خود می باشد. مدلی که دارای کوچکترین AIC می‌باشد، مدل بهینه می باشد (Akaike ، ۱۹۷۴).

$$AIC = n\log(SS_{RES}/n) + 2p$$

SS_{RES}: مجموع مربعات مانده‌ها

n: تعداد مشاهدات

P: تعداد پارامترهای مدل می‌باشد.

[2]- Goodness of fit of models

نتایج و بحث

در آنالیز مقـدماتی بـا اسـتفاده از رویـه Mixed نـرم افـزار SAS مشخص شد که تاثیر متغیرهای مستقل (نوع تولد، سن مادر هنگـام زایش، جنس بزغاله و روزهای رکـورد بـرداری) بـر متغیـر وابسـته (وزن بـدن) معنـی دار اسـت. از میـانگین حـداقل مربعـات صـفات مربوط به وزن بدن بزغالـه هـا در طـول دوره رکـوردگیری جهـت برازش منحنی‌های رشد اسـتفاده شـد یعنـی رکوردهـای وزن بـدن برای فاکتورهای تأثیر گذار تصحیح و سپس برای برازش مدل‌های مختلف استفاده شد. زمانی که پارامترهای منحنی رشد نژاد دنبه دار گوسفند مهربان با استفاده از مدل بـرودی بـرآورد گردیـد، اثـرات سال زایش، جنس بره، پدر و نوع تولد بر پارامترهای منحنـی رشـد پـیش از شـیرگیری تـا ۹۰ روزگـی معنـی‌دار گـزارش شـده اسـت (Topal و همکـاران، ۲۰۰۴). DeNise و Brinks (۱۹۸۵) مدل های رشد ریچارد و برودی روی داده های گاو برازش دادنـد که در این مطالعه اثر سال تولد را بر پارامترهای مدل مورد بررسـی معنی دار گزارش کردند.

در جدول ۲ نیکویی برازش مدل‌های مختلـف رشـد بـا اسـتفاده از آماره‌های مختلف مقایسه شده‌انـد کـه معیارهـای نیکـویی بـرازش مدل‌های آماری شـامل آمـاره‌هـای ضـریب تبیـین، جـذر میـانگین مربعات باقیمانده و معیار اطلاع آکایک بود. دامنه ی ضریب تبیین برای چهار مدل استفاده شده بـین ۰/۹۹۶-۰/۹۹۲ بـود. مـدل‌هـا بـر حسـب مقـدار ضـریب تبیـین بـه ترتیـب بـه صـورت بـرودی> ون برتالانفی>گمپرتز> لجستیک بود که مدل برودی و لجسـتیک بـه ترتیب بیشـترین و کمتـرین ضـریب تبیـین را داشـت. مقـدار جـذر میانگین مربعات باقیمانده بـین ۰/۲۷-۰/۱۹ متغیـر بـرآورد شـد کـه مدل‌ها برحسـب مقـدار جـذر میـانگین مربعـات باقیمانـده و معیـار اطـــلاع آکایـــک بـــه صـــورت بـــرودی<ون برتالانفی<گمپرتز<لجستیک بود که مدل بـرودی و لجسـتیک بـه ترتیب کمترین و بیشترین مقدار جذر میانگین مربعـات باقیمانـده و معیار اطلاع آکایـک را داشـتند. بنـابراین مـدل بـرودی بـه عنـوان بهترین مـدل بـرای بـرازش داده‌هـای رشـد نـژاد مهابـادی انتخـاب گردید. مدل لجسـتیک در بـرازش داده هـای رشـد نـژاد مهابـادی نسبت به سایر مدل ها بدتر عمل کرد.

پارامترهای A، B و K برای مدل های مختلف در جدول ۳ ارائه شده است که مدل‌ها از لحاظ قدرت برآورد پارامترها نیز مورد مقایسه قرار گرفتند و نتایج این مطالعه نشان داد که از نظر آماری تفاوت معنی داری بین مدل ها در برآورد ضریب B، ضریب A و شاخص K وجود دارد ($P<0.05$). برای بزغاله های نژاد مهابادی بیشترین مقدار پارامتر A برای مدل برودی (۱۶/۳۳) و کمترین مقدار پارامتر A برای مدل لجستیک (۱۳/۴۷) بود (جدول ۳). بیشترین مقدار پارامتر B برای مدل لجستیک (۲/۵) و کمترین مقدار پارامتر B برای مدل ون برتالانفی (۰/۳۷) بود. علاوه براین، بیشترین مقدار پارامتر K در مدل لجستیک (۰/۰۳) و کمترین آن در مدل برودی (۰/۰۱) مشاهده شد.

وزن بدن پیش بینی شده از تولد تا سن ۱۰۵ روزگی در بز نژاد مهابادی از طریق مدل‌های گمپرتز، لجستیک برودی و ون برتالانفی در شکل ۱ نشان داده شده است. منحنی‌های رشد به دست آمده به طور معمول سیگموئید بودند.در این مطالعه فقط یک مدل مناسب برای منحنی رشد انتخاب شد. مدل برودی بهترین برازش منحنی رشد را به علت پایین بودن جذر میانگین مربعات باقیمانده، معیار اطلاع آکایک و بالاتر بودن ضریب تبیین برای بزغاله‌های نژاد مهابادی فراهم کرد. به همین دلیل تابع برودی میان تعدادی از مدل های ریاضی بهترین عملکرد را نشان داد.

Teleken و همکاران (۲۰۱۷) مدل‌های ریاضی غیرخطی شامل برودی، گمپرتز، لجستیک، ریچارد و ون برتالانفی برای شرح منحنی رشد گونه‌های مختلف به کار بردند که در این مطالعه برای گونه بز از داده های نژاد بیتال استفاده شده بود که مدل مناسب برای برازش منحنی رشد بز نر و ماده به ترتیب مدل های برودی و ریچارد معرفی شده است (Telekenو همکاران، ۲۰۱۷).

Telekenو همکاران (۲۰۱۷) بهترین مدل برای برازش منحنی رشد جوجه، خوک و گوسفند، خرگوش و گاو نر؛ و گاو و بز به ترتیب گمپرتز، لجستیک، ون برتالانفی و برودی معرفی کردند (Telekenو همکاران، ۲۰۱۷). Regadas Filho و همکاران (۲۰۱۴) مدل های برودی، ون برتالانفی، ریچارد، لجستیک و گمپرتز برای برازش منحنی رشد نژادهای سانن و آلپاین مقایسه کردند و مدل ریچارد را به عنوان بهترین مدل برای برازش منحنی رشد بزهای نژاد سانن و آلپاین معرفی کردند. Waheed و همکاران (۲۰۱۱) مدل‌های برودی و گمپرتز روی برازش منحنی رشد بزهای نژاد بیتال مقایسه کرد که نشان دادند هر دو مدل به طور کارآمد منحنی رشد بزهای نژاد بیتال را توصیف می‌نماید (Waheed و همکاران، ۲۰۱۱).

Gaddour و Najari (۲۰۰۸) پنج مدل گمپرتز، برودی، ریچارد، لجستیک و پلی نومیال روی داده‌های بز نژاد آلپاین تونسی و آمیخته‌های آن‌ها برازش دادند که مطالعه آنها مدل گمپرتز به عنوان بهترین مدل با ضریب تبیین برابر ۰/۷۱ معرفی شد (Gaddour و Najari ، ۲۰۰۸). Nouman و Abrar (۲۰۱۲) مدل های نمایی، گمپرتز و لجستیک را برای برازش منحنی رشد نژاد بیتال مورد مقایسه قرار دادند که در بین مدل ها، مدل گمپرتز به عنوان بهترین مدل معرفی شده است (Nouman و Abrar ، ۲۰۱۳). Chácara Pires و همکاران (۲۰۱۷) چهار مدل برودی، گمپرتز، لجستیک، ون برتالانفی و ریچارد برای برازش منحنی رشد بزهای *Repartida* مناطق کتینقا برزیل مقایسه شدند که مدل لجستیک به عنوان بهترین مدل برای برازش این اکوتیپ بز معرفی شد (Chácara Pires و همکاران، ۲۰۱۷). Raji و همکاران (۲۰۱۵) پنج مدل لجستیک، گمپرتز، ریچارد، منومولکولار[3] و ویبول[4] برای برازش منحنی رشد ۵۹ رأس بزغاله های نژاد *Nondescript* از تولد تا ۲۰ هفتگی استفاده شد که در نهایت مدل منومولکولار با بیشترین ضریب تبیین و کمترین معیار اطلاع آکایک به عنوان بهترین مدل معرفی شده است (Raji و همکاران، ۲۰۱۵). Parés-Casanova و Kucherova (۲۰۱۴)، مدل‌های غیرخطی لجستیک، ون برتالانفی و گمپرتز را به منظور شرح منحنی رشد در بز نژاد کاتالان مورد مقایسه قرار دادند که مدل لجستیک برای بزغاله‌های نر و مدل ون برتالانفی برای بزغاله های ماده به عنوان بهترین مدل بودند تفاوت در وزن نر و ماده به علت تفاوت های فیزیولوژی و هورمونی در دو جنس گزارش شده است (Ebangi و همکاران، ۱۹۹۶) بنابراین مدل‌ها در برآورد پارامترهای منحنی رشد بین دو جنس متفاوت عمل می‌نمایند (Parés-Casanova و Kucherova ، ۲۰۱۴). به عنوان مثال، در برخی مطالعات ضریب k بزغاله‌های ماده بالاتر از بزغاله‌های نر بدست آمده است یعنی بزغاله‌های ماده زودتر از بزغاله های نر بالغ می‌شوند به عبارتی الگوی رشد در بین دو جنس متفاوت است. داده‌های بره‌های نر نژادهای Kývýrcýk و Daglýc توسط Akbas و همکاران (۱۹۹۹) با استفاده از مدل‌های برودی، گمپرتز، لجستیک و برتالانفی برازش شد که در این مطالعه از معیار ضریب تبیین به منظور انتخاب بهترین مدل استفاده شد که به ترتیب مدل برودی، ون برتالانفی، گمپرتز و لجستیک بعنوان بهترین مدل برازش گردید. در مطالعه Hamouda و Atti (۲۰۱۱) منحنی‌های رشد برودی، لجستیک، گمپرتز و ون برتالانفی در بره‌های نژاد بابارین مورد مقایسه قرار گرفت، در این مطالعه به این نتیجه رسیدند که تابع ون برتالانفی نسبت به بقیه توابع در برازش منحنی بهتر عمل نمودند. در مطالعه Lewis و همکاران (۲۰۰۲) و Topal و همکاران (۲۰۰۴) بهترین مدل برای توصیف منحنی رشد بره‌های آواسی، مورکارمن و نژاد سافولک را مدل‌های گمپرتز و ون برتالانفی معرفی کردند. استفاده از نژادهای مختلف بز در مطالعات فوق می تواند یکی از دلایل متفاوت بودن برتری مدل ها باشد، چون نژادهای بز الگوی رشد متفاوتی دارند، بنابراین برتری مدل‌ها براساس ماهیت رشد نژادها در بین مطالعات مختلف فرق خواهد کرد (Teleken و همکاران، ۲۰۱۷ و Gaddour و Najari ۲۰۰۸). علاوه براین، نوع داده‌ای که در مطالعه استفاده می شود، می تواند باعث متفاوت بودن برتری مدلها در مطالعات مختلف باشد به عنوان مثال زمانی که حیوانات به وزن بلوغ یا مجانب نرسیده باشند ایده آل ترین مدل برای برازش این گونه داده‌های رشد، مدل گمپرتز خواهد بود (Najari و همکاران، ۲۰۰۷ و Trangerud و همکاران، ۲۰۰۷). Gbangboche و همکاران (۲۰۰۸) برای گوسفندان کوتوله آفریقایی مقادیر برآورد شده ضریب تبیین تصحیح شده را بین ۰/۸۲-۰/۸۵ گزارش کردند. قوی حسین زاده (۲۰۱۵) مقدار ضریب تبیین تصحیح شده را برای گوسفندان شال بین ۰/۹۶۳۴-۰/۹۶۷۷ گزارش کرد که بیشترین و کمترین مقدار به ترتیب برای مدل های ریچارد و نمایی منفی بوده است. Gbangboche و همکاران (۲۰۰۸) در گوسفندان کوتوله آفریقایی جذر میانگین مربعات باقیمانده را بین ۰/۰۶۶۲-۰/۴۵۵۷ گزارش کردند، کمترین مقدار این پارامتر برای مدل برودی و بیشترین مقدار آن برای مدل لجستیک برآورد شده است. میرحسینی و همکاران (۱۳۹۶) پنج تابع رشد غیرخطی برودی، گمپرتز، لجستیک، ون برتالانفی و نمایی منفی جهت توصیف منحنی رشد در بز مرخز به کار بردند که در این مطالعه مدل لجستیک بالاترین میزان ضریب تبیین تصحیح شده و کمترین میزان جذر میانگین مربعات باقیمانده، AIC و معیار BIC نسبت به سایر مدل ها جهت پیش بینی رشد در بز مرخز معرف ی گردیده است.

[3]-Monomolecular

[4]-Weibull

جدول ۲- مقایسه مدل های مختلف رشد با استفاده از آماره های مختلف

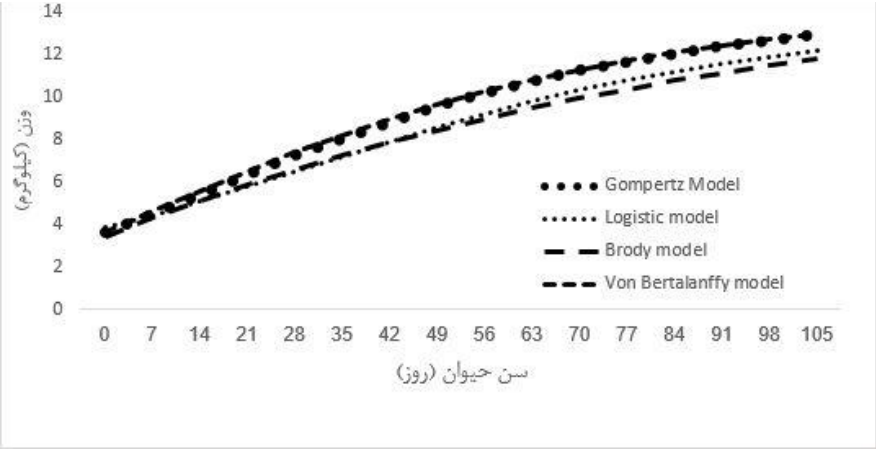
	مدل			
آماره	گمپرتز	برودی	لجستیک	ون برتالانفی
ضریب تبیین	۰/۹۹۴	۰/۹۹۶	۰/۹۹۲	۰/۹۹۵
انحراف معیار باقیمانده	۰/۲۳	۰/۱۹	۰/۲۷	۰/۲۲
معیار اطلاع آکایک	۰/۲۶	-۴/۲۴	۵/۶۶	-۱/۵
تعداد پارامتر	۳	۳	۳	۳

پارامتر A یک برآوردی از وزن مجانب است که آن نقطه به عنوان وزن بلوغ تفسیر می شود. مدل ها از لحاظ برآورد پارامتر A از هم تفاوت معنی داری داشتند ($P<0.05$) اما بین مدل گمپرتز با لجستیک و گمپرتز با ون برتالانفی تفاوت معنی داری از لحاظ برآورد پارامتر A وجود نداشت ($P>0.05$). پارامتر A در مدل برودی حداکثر (۱۶/۳۳) و در مدل لجستیک حداقل (۱۳/۴۷) بود، در مطالعه Chácara Pires و همکاران (۲۰۱۷) پارامتر A برای مدل‌های ریچارد، برودی، ون برتالانفی، گمپرتز و لجستیک در بزهای *Repartida* به ترتیب سیر نزولی بود یعنی در مدل ریچارد مقدار پارامتر A حداکثر و در مدل ون برتالانفی حداقل بوده است (Chácara Pires و همکاران، ۲۰۱۷). Gbangboche و همکاران (۲۰۰۸) با مطالعه روی پارامترهای منحنی رشد در گوسفندان کوتوله غرب آفریقایی، میزان پارامتر A در مدلهای غیرخطی را بین اعداد ۳۱ تا ۶۲/۵ برآورد کرد که بیشترین مقدار عددی این پارامتر مربوط به مدل ون برتالانفی و کمترین مقدار آن مربوط به مدل لجستیک بوده است. Malhado و همکاران (۲۰۰۹) مقدار پارامتر A در گوسفندان حاصل از دورگیری Droper با نژادهای Morada Nova، Rabo Largo و Santa Ines را بین ۲۹/۳۵-۳۲/۴۱ گزارش کردند که بیشترین میزان این پارامتر مختص مدل برودی و کمترین میزان به مدل لجستیک اختصاص دارد. مدل های لجستیک، گمپرتز، برودی و ون برتالانفی به لحاظ برآورد پارامتر B نسبت به همدیگر معنی دار بودند ($P<0.05$). براساس جدول ۳ مشاهده می شود که ضریب B در مدل لجستیک نسبت به بقیه مدل‌ها بالاتر است ($P<0.05$) این بدین معنی است که مدل لجستیک نسبت به سایر مدل ها وزن اولیه یا تولد را بیش از حد برآورد می کند. در مطالعه Parés-Casanova و Kucherova (۲۰۱۴) نیز گزارش شده است که مدل لجستیک وزن اولیه بزغاله ها را بیش از حد برآورد می نماید (Parés-Casanova و Kucherova، ۲۰۱۴). در گوسفند Babarine مقادیر بین ۰/۷۷۴- ۰/۰۸۵- را برای پارامتر B برآورد کردند که مدل گمپرتز دارای بالاترین مقدار و مدل برودی پایین ترین مقدار را دارا بود. Ozdemir و Dellal (۲۰۰۹) در بز آنقوره مقدار پارامتر B را برای مدل لجستیک ۴/۹۶۶ و برای مدل گمپرتز ۰/۹۱ عنوان کردند.

جدول ۳-پارامترهای برآورد شده در مدل های مختلف

مدل	پارامتر		
	A	B	K
گمپرتز	۱۴/۲۶±۰/۳۹^{bc}	۱/۳۷±۰/۰۳^{a}	۰/۰۲۵±۰/۰۰۱^{a}
برودی	۱۶/۳۳±۰/۷^{a}	۰/۷۹±۰/۰۰۸^{b}	۰/۰۱±۰/۰۰۱^{b}
لجستیک	۱۳/۴۷±۰/۳۱^{c}	۲/۵±۰/۳۹ ^{c}	۰/۰۳±۰/۰۰۲^{c}
ون برتالانفی	۱۴/۷۱±۰/۴۴^{b}	۰/۳۷±۰/۰۰۷^{d}	۰/۰۲۱±۰/۰۰۱^{d}

شاخص بلوغ K اطلاعاتی در مورد الگوی رشد فراهم می‌نماید و دام هایی با ارزش K بالاتر نسبت به دام های با ارزش K پایین تر به وزن بلوغ زودتر می‌رسند (Brown و همکاران، ۱۹۷۶) همچنین مقدار K سرعت رسیدن به وزن مجانب یا بلوغ را نشان می دهد. مدل های لجستیک، گمپرتز، برودی و ون برتالانفی به لحاظ پارامتر K نسبت به همدیگر معنی دار بودند ($P<0.05$) که در مطالعه Topal و همکاران (۳۵) بین مدل ها به جزء بین گمپرتز و ون برتالانفی از لحاظ برآورد پارامتر K تفاوت معنی دار بوده است (Topal و همکاران، 2004). نرخ رشد K، بین ۰/۰۳- ۰/۰۱ بود که در مطالعه Topal و همکاران (۳۵) بین ۰/۰۰۶ تا ۰/۰۱۸ برآورد شده است (Topal و همکاران، ۲۰۰۴). در مطالعه Bathaei و Leroy (۱۹۹۸) ارزش K بالاتری برای وزن بدن با استفاده از تابع برودی برای مدت زمان بالاتر از ۴۸ ماه، ۰/۱۰۳۴ و ۰/۱۳۰۵ به ترتیب برای نرها و ماده‌ها گوسفند دنبه‌دار مهربانی برآورد شده است. در مطالعه Goliomytis و همکاران (۲۰۰۶) این ارزش کمتر از این عدد برآورد شده است، که علت این تفاوت را استفاده شدن روز به جای ماه و متفاوت بودن تابع رشد در بین دو مطالعه گزارش نمودند. و در مطالعه Topal و همکاران (۲۰۰۴) نیز مقدار پارامتر K پایین برآورد شده بود. در گوسفندان Santa Ines مقدار پارامتر K را برای مدل های مختلف بین ۰/۰۰۳- ۰/۰۰۴۹۵ گزارش کردند. Hamouda و Atti (۲۰۱۱) مقدار پارامتر K را برای مدل برودی کمترین مقدار ۰/۰۱۵ و برای مدل لجستیک بیشترین مقدار ۰/۰۵۷ در گوسفند Babrine گزارش کردند. Abegaz و همکاران (۱۹۹۲) مقدار پارامتر K برای گوسفندان Horro یا استفاده از مدل برودی ۰/۲۷ برآورد کردند. مقادیر مختلفی برای ضریب K با استفاده از توابع مختلف رشد در بسیاری از مطالعات برآورد شده است (Perotto و همکاران، ۱۹۹۳؛ Jenkins و Leymaster، ۱۹۹۳؛ Rogers و همکاران، ۱۹۸۷؛ Goonewardene و همکاران، ۱۹۸۱ و Brown و همکاران، ۱۹۷۶) که دلیل این تفاوت را تأثیر انتخاب مدل در برآورد پارامترها گزارش نمودند.



شکل۱) وزن بدن پیش بینی شده از تولد تا سن ۱۰۵ روزگی در بزغاله های نژاد مهابادی از طریق مدل های گمپرتز، لجستیک برودی و ون برتالانفی

نتیجه گیری

چهار تابع غیرخطی مورد بررسی در مطالعه حاضر برای شرح الگوی رشد نژاد مهابادی نیکویی برازش متفاوتی نشان دادند که مدل برودی به علت داشتن ضریب تبیین بالا، انحراف معیار باقیمانده و معیار اطلاع آکایک پایین در بین چهار مدل به عنوان بهترین مدل جهت برازش منحنی رشد نژاد مهابادی معرفی گردید. نتایج حاصل از این مطالعه می تواند به برنامه ریزی در زمینه ی استراتژی های مدیریتی مزرعه و تصمیم‌گیری در مورد حذف بزغاله های ضعیف (کم رشد) و انتخاب بزغاله های پرتولید (رشد زیاد) از طریق منحنی رشد کمک کند. علاوه براین، نتایج این پژوهش اطلاعاتی درباره الگوی رشد نژاد مهابادی ارایه می دهد که متوسط وزن تولد، وزن شیرگیری (۱۰۵ روزگی) و متوسط افزایش وزن روزانه پیش از شیرگیری در بزغاله‌های نژاد مهابادی به ترتیب ۳/۲۵، ۱۳/۵ و ۰/۰۹۲ کیلوگرم در روز بود. در نهایت توصیه می‌شود پارامترهای ژنتیکی صفات منحنی رشد برای بزهای نژاد مهابادی محاسبه شده و در ارزیابی ژنتیکی مورد استفاده قرار گیرد و همچنین صفات رشد به همراه صفات تولیدی و تولیدمثلی در شاخص انتخاب این نژاد گنجانده شود.

منابع

رکنی، ه.، طاهری یگانه، آ. (۱۳۹۶). حفظ و حراست از نژادهای بز بومی کشور. همایش بین المللی روز جهانی بز. موسسه تحقیقات علوم دامی کشور. ص. ۱۳۶.

میرحسینی، س ض. قوی حسین، ن.، هادی نژاد، ف.، مقایسه مدل های غیرخطی برای توصیف منحنی رشد از تولد تا یکسالگی در بز مرخز. پژوهشهای تولیدات دامی ساری. ص ۱۳۸-۱۳۲.

Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." IEEE transactions on automatic control 19(6): 716-723.

Arango, J. and L. D. Van Vleck (2002). "Size of beef cows: early ideas, new developments." Faculty Papers and Publications in Animal Science: 237.

Abegaz, A. and J.B. VAN WYK and J.J. Olivier. 2010., Estimation of genetic and phenotypic parameters of growth curve and their relationship with early growth and productivity in Horro sheep.

Bathaei S.S. and Leroy P.L. (1998) Genetic and phenotypic aspects of the growth curve characteristics in Mehraban Iranian fat-tailed sheep. Small Ruminant Research 29, 261-9.

Brody S. (1945) Bioenergetics and growth.

Brody, S. and H. A. Lardy (1946). "Bioenergetics and Growth." The Journal of Physical Chemistry **50**(2): 168-169.

Brown, J. E., H. A. Fitzhugh Jr, and T. C. Cartwright. (1976). "A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle." Journal of animal science 42(4): 810-818.

Chácara Pires, L., Medeiros Machado, T. M., Souza Carneiro, P. L., Batista Lopes da Silva, J., Duarte de Holanda Barbosa, A., & de Almeida Torres, R. (2017). "Growth curve of Repartida goats reared in the Caatinga region, Brazil." Semina: Ciências Agrárias 38(2).

DeNise, R. and J. Brinks (1985). "Genetic and Environmental Aspects of the Growth Curve Parameters in Beef Cows 1, 2." Journal of animal science 61(6): 1431-1440.

Doren, P. E., Baker, J. F., Long, C. R., & Cartwright, T. C. (1989). "Estimating parameters of growth curves of bulls." Journal of animal science **67**(6): 1432-1445.

Fitzhugh H. (1976) Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. Journal of animal science 42, 1036-51.

Gaddour, A. and S. Najari (2008). "Adjustment of the kid's growth curve in pure goat breeds and crosses under southern Tunisian conditions." Journal of Applied Animal Research 34(2): 117-120.

Gbangboche, A. B., Glele-Kakai, R., Salifou, S., Albuquerque, L. G. D., & Leroy, P. L. (2008). "Comparison of non-linear growth models to describe the growth curve in West African Dwarf sheep." Animal **2**(7): 1003-1012.

Goliomytis M., Orfanos S., Panopoulou E. and Rogdakis E. (2006) Growth curves for body weight and carcass components, and carcass composition of the Karagouniko sheep, from birth to 720d of age. Small Ruminant Research 66, 222-9.

Goonewardene L., Berg R. and Hardin R. (1981) A growth study of beef cattle. Canadian Journal of Animal Science 61, 1041-8.

Hamouda, M. B. and N. Atti (2011). "Comparison of growth curves of lamb fat tail measurements and their relationship with body weight in Babarine sheep." Small Ruminant Research 95(2): 120-127.

Hald A. (1952) Statistical theory with engineering applications.

Kaps, M., Herring, W. O., & Lamberson, W. R. (1999). "Genetic and environmental parameters for mature weight in Angus cattle." Journal of animal science **77**(3): 569-574.

Jenkins T. and Leymaster K. (1993) Estimates of maturing rates and masses at maturity for body components of sheep. Journal of animal science 71, 2952-7.

Laird, A. K. (1965). "Dynamics of relative growth." Growth 29: 249-263.

Lambe, N. R., Navajas, E. A., Simm, G., & Bünger, L. (2006). "A genetic investigation of various growth models to describe growth of lambs of two contrasting breeds1." Journal of animal science 84(10): 2642-2654.

Lewis, R. M., Emmans, G. C., Dingwall, W. S., & Simm, G. (2002). "A description of the growth of sheep and its genetic analysis." Animal Science 74(1): 51-62.

Malhado, C.H.M., P.L.S. Carneiro, P.R.A.M Affonso, A.A.O. Souza and J.L.R. Sarmento. 2009. Growth curves in Dorper sheep crossed with the local Brazilian breeds, Morada Nova, Rabo Largo and Santa Inês. Small Ruminant Research, 84: 16-21.

Najari, S., Gaddoun, A., Hamouda, M. B., Djemali, M., & Khaldi, G. (2007). Growth model adjustment of local goat population under pastoral conditions in Tunisian arid zone. *Journal of Agronomy*, *6*(1), 61.

Nelder, J. (1961). "The fitting of a generalization of the logistic curve." Biometrics **17**(1): 89-110.

Nouman, S. and Y. Abrar (2013). "Non-linear growth models for Beetal goats." International Journal of Livestock Production 4(5): 78-81.

Parés-Casanova, P. and I. Kucherova (2014). "Comparison of nonlinear models to describe

growth curves in the Catalan goat." Revista de Investigaciones Veterinarias del Perú (RIVEP) 25(3): 390-398.

Raji, A. O., Asheikh, L. G., & Mohammed, I. D. (2015). "Comparison of Growth of Male and Female Kids of Nondescript Goats in a Semi Arid Region of Nigeria." Iranian Journal of Applied Animal Science **5**(1): 115-120.

Regadas Filho, J. G. L., Tedeschi, L. O., Rodrigues, M. T., Brito, L. F., & Oliveira, T. S. (2014). "Comparison of growth curves of two genotypes of dairy goats using nonlinear mixed models." The Journal of Agricultural Science **152**(5): 829-842.

Rezagholivand Lahrud, A., Moradi Shahrbabak,M., Pakdel, A., Sadeghi., M. (2016). "ssociation of κ-casein Gene (CSN3) Polymorphism with Milk Production Traits and Protein Structure Changes in Iranian Mahabadi Goat." Genetics in the Third Millennium 14(4): 4391-4398.

Richards, F. (1959). "A flexible growth function for empirical use." Journal of experimental Botany **10**(2): 290-301.

Rogers S.R., Pesti G. and Marks H. (1987) Comparison of three nonlinear regression models for describing broiler growth curves. Growth 51, 229.

Spilke, J. O. A. C. H. I. M., Mielenz, N. O. R. B. E. R. T., Krause, S. A. B. I. N. E., & Schüler, L. U. T. Z. (2009). "Statistical modeling for growth data in linear mixed models–Implications derived from an example of a population comparison of Golden Hamsters." Archives Animal Breeding **52**(1): 85-105.

Tatar A.M., Tekel N., Özkan M., Baritci İ. and Dellal G. (2009) The determination of growth function in young Hair goat. Journal of Animal and Veterinary Advances 8, 213-6.

Teleken, J. T., Galvão, A. C., & Robazza, W. D. S. (2017). "Comparing non-linear mathematical models to describe growth of different animals." Acta Scientiarum. Animal Sciences **39**(1): 73-81.

Topal, M., Ozdemir, M., Aksakal, V., Yildiz, N., & Dogru, U. (2004). "Determination of the best nonlinear function in order to estimate growth in Morkaraman and Awassi lambs." Small Ruminant Research **55**(1-3): 229-232.

Trangerud, C., Grøndalen, J., Indrebø, A., Tverdal, A., Ropstad, E., & Moe, L. (2007). A longitudinal study on growth and growth variables in dogs of four large breeds raised in domestic environments. *Journal of animal science*, *85*(1), 76-83.

Von Bertalanffy, L. (1957). "Quantitative laws in metabolism and growth." The quarterly review of biology **32**(3): 217-231.

Waheed, A., Khan, M. S., Ali, S., & Sarwar, M. (2011). "Estimation of growth curve parameters in Beetal goats." Archives Animal Breeding 54(3): 287-296.

Ozdemir H. and G. Dellal. 2009. Determination of growth curves in young angora goats. Tarim Bilimleri Dergisi, 15(4): 358-362.